

Управление высотой полета вертолета

Рассмотрим задачу синтеза системы управления движением центра масс вертолета по высоте. Вертолет как объект автоматического управления представляет собой систему с несколькими степенями свободы. В общем случае рассматривают движение центра масс (линейные перемещения по трем степеням свободы) и вращательные движения относительно центра масс (угловые движения) также по трем степеням свободы. Теоретическими исследованиями динамики управляемых вертолетов и практикой разработки и применения систем автоматического пилотирования вертолетами установлено, что проектирование контуров управления угловыми движениями и движением центра масс можно производить отдельно. Задачи стабилизации углового положения вертолета решаются для конкретных режимов полета, характеризуемых заданными значениями составляющих скорости движения центра масс по осям принятой координатной системы, а также для конкретной высоты полета.

Синтез алгоритмов управления угловым положением выполняется по уравнениям движения вертолета вокруг центра масс. Задачи управления положением центра масс вертолета в пространстве решаются в предположении, что автоматическая система стабилизации углового положения спроектирована. Принимается при этом, что внутренние контуры управления вращательным движением обладают существенно большим быстродействием, чем внешние контуры управления положением центра масс. Синтез законов управления внешних контуров выполняется по уравнениям движения центра масс.

В данной работе будет рассмотрена задача управления положением центра масс вертолета в вертикальной плоскости. Такая задача возникает при управлении взлетом вертолета, а также при стабилизации заданной высоты зависания аппарата.

Модель управляемого движения.

Постановка задачи

Уравнения движения центра масс вертолета по высоте записываем в следующем виде [1]:

$$\dot{H} = V, \quad m\dot{V} = P(H, \varphi) + Y(H, V) - G \quad (1)$$

где H – высота, V – скорость изменения высоты, G – вес вертолета, m – его масса, Y – аэродинамическая сила сопротивления, $P(H, \varphi)$ – подъемная сила несущего винта, зависящая от высоты полета H и шага винта φ .

Аэродинамическая сила сопротивления направлена против вектора скорости и определяется следующим образом:

$$Y(H, V) = \begin{cases} -c_x(H)S \frac{\rho V^2}{2}, & V > 0 \\ c_x(H)S \frac{\rho V^2}{2}, & V < 0 \end{cases} \quad (2)$$

где c_x – коэффициент аэродинамического сопротивления аппарата, S – площадь

его сечения, ρ – плотность воздуха на данной высоте полета. Зависимость подъемной силы несущего винта от шага φ нелинейна и аппроксимируется выражением

$$P(H, \varphi) = \chi G p(H, \varphi), \quad \chi > 0 \quad (3)$$

где χ – коэффициент запаса тяги по отношению к весу вертолета. Нелинейная функция

$$p(H, \varphi) = c_1(H)\varphi^2 + c_2(H)\varphi^3; \quad c_1, c_2 > 0 \quad (4)$$

Коэффициенты c_1, c_2 зависят от высоты полета. При незначительных изменениях H они могут быть приняты постоянными.

Для рассматриваемого объекта управляющей функцией является φ – шаг несущего винта. Управляемой переменной является H – высота полета вертолета. Запишем уравнения (1) в такой форме:

$$\ddot{H}(t) = F(H, \dot{H}, \varphi), \quad (5)$$

где нелинейная функция

$$F(H, \dot{H}, \varphi) = \frac{1}{m}(P(H, \varphi) + Y(H, \dot{H}) - G). \quad (6)$$

Задачу формулируем следующим образом. В начальный момент времени $t = 0$ состояние управляемого объекта характеризуется значениями $H(0) = H_0, \dot{H}(0) = \dot{H}_0$. При этом необходимо, чтобы процесс $H(t) \rightarrow H^0$ возможно в большей степени соответствовал решению уравнения

$$\begin{aligned} \ddot{H}^*(t) + \beta_1 \dot{H}^*(t) + \beta_0 H^*(t) &= \beta_0 H^0, \\ \beta_1 &= 2 \frac{\zeta}{\tau_H}, \quad \beta_0 = \frac{1}{\tau_H^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где τ_H – постоянная времени по управляемой переменной H . Из теории управления известно, что наилучшие показатели переходного процесса достигаются при коэффициенте затухания $\zeta = \sqrt{2}/2$. В этом случае время переходного процесса $t_H \approx 3\tau_H$, а величина перерегулирования $\sigma \approx 5\%$.

Таким образом, конечной целью управления является вывод вертолета на постоянную высоту $H^0 = \text{const}$.

Алгоритмы управления

На основании общего вида алгоритма управления по ускорению, описанного в [2] с учетом принятых обозначений получим:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t) &= k[F^*(H, \dot{H}) - \ddot{H}], \\ F^*(H, \dot{H}) &= \frac{1}{\tau_H^2}(H^0 - H) - 2 \frac{\zeta}{\tau_H} \dot{H}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь F^* есть требуемое ускорение движения по высоте, при котором реализуется траектория, заданная уравнением эталонной системы (7). Знак коэффициента k должен назначаться из условия

$$\operatorname{sgn} k = \operatorname{sgn} \left[\frac{\partial F(H, \dot{H}, \varphi)}{\partial \varphi} \right].$$

В соответствии с (4) и (6) частная производная

$$\frac{\partial F(H, \dot{H}, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{1}{m} \frac{\partial P(H, \varphi)}{\partial \varphi} > 0.$$

Поэтому в алгоритме (8) должно быть $k > 0$.

Величина k определяет степень приближения $H(t) \rightarrow H^*(t)$. Ориентировочное значение k можно найти по формуле

$$k = \frac{N + \tau_H F_1^0}{\tau_H F_\varphi^0}, \quad N = \frac{\tau_H}{\tau_a}. \quad (9)$$

Частные производные

$$F_1^0 = \left(\frac{\partial F(H, \dot{H}, \varphi)}{\partial \dot{H}} \right)^0, \quad F_\varphi^0 = \left(\frac{\partial F(H, \dot{H}, \varphi)}{\partial \varphi} \right)^0$$

вычисляются в точке $H = H^0, \dot{H} = 0$. В данном случае постоянная времени τ_a характеризует быстродействие контура ускорения $a_H = \ddot{H}$.

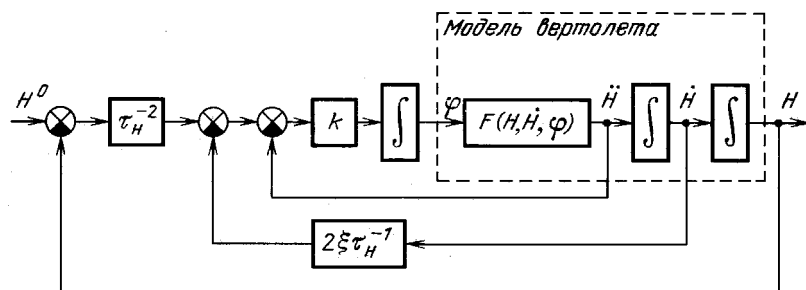
Непосредственными вычислениями находим

$$F_1^0 = [c_x S \rho \dot{H}]_{H=0} = 0, \quad F_\varphi^0 = 2c_1(H^0)\bar{\varphi} + 3c_2(H^0)\bar{\varphi}^2, \quad (10)$$

где $\bar{\varphi}$ – значение шага несущего винта, при котором подъемная сила $Y(H^0, 0)$ уравновешивает силу тяжести вертолета G . С учетом (10) формула (9) принимает вид

$$k = \frac{N}{\tau_H (2c_1\bar{\varphi} + 3c_2\bar{\varphi}^2)}. \quad (11)$$

Коэффициенты c_1, c_2 необходимо вычислять при $H = H^0$. Постоянная времени τ_H назначается с учетом характеристик скороподъемности вертолета.



Структурная схема контура управления движением центра масс вертолета по высоте приведена на рисунке. Для вычисления управляющей функции φ в системе используются измерения высоты H , скорости ее изменения \dot{H} и ускорения \ddot{H} . Измерение высоты осуществляется высотометром, а вертикальной скорости и ускорения – инерциальной системой. При необходимости контур управления высо-

той может быть построен без измерения ускорения. В таком случае управляющая функция $\varphi(t)$ вычисляется по соотношениям

$$\begin{aligned}\varphi(t) &= \varphi(0) + \varphi(H, \dot{H}), \\ \varphi(H, \dot{H}) &= \frac{k}{\tau_H^2} \int (H^0 - H) dt - 2k \frac{\zeta}{\tau_H} (H - H_0) - k(\dot{H} - \dot{H}_0),\end{aligned}\quad (12)$$

которые получаются в результате интегрирования (8). Выражения (12) содержат начальные значения H_0, \dot{H}_0 . Учитывать начальное состояние следует в тех случаях, когда их влияние может существенно изменить характер переходного процесса. Такие ситуации возникают, например, при переходе с одной высоты висения вертолета на другую. Причем разность высот незначительна. Напротив, начальные значения H_0, \dot{H}_0 можно не учитывать в режиме стабилизации заданной высоты висения или полета.

При соответствующем усилении k в прямой цепи системы построенный алгоритм обеспечивает обработку рассогласования $\delta_H(t) = H^0 - H(t)$ по закону, который определен уравнением (7) назначенной траектории движения. Получим уравнение замкнутой системы (5), (8) для отклонения $\delta_H(t)$. Линеаризация уравнения (5) в окрестности точки $H = H^0, \dot{H} = 0$ дает

$$\ddot{\delta}_H = F_0^0 \delta_H + F_1^0 \dot{\delta}_H + F_\varphi^0 \delta_\varphi, \quad \delta_\varphi = \bar{\varphi} - \varphi, \quad (13)$$

где F_0^0 есть частная производная $\partial F / \partial H$, вычисленные при указанных значениях переменных H, \dot{H} . Соотношения (8) для отклонений имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_\varphi &= k[F^*(\delta_H, \dot{\delta}_H) - \ddot{\delta}_H], \\ F^*(\delta_H, \dot{\delta}_H) &= -\frac{1}{\tau_H^2} \delta_H - 2 \frac{\zeta}{\tau_H} \dot{\delta}_H.\end{aligned}\quad (14)$$

Для малых отклонений δ_H можно принять $F_0^0 = 0$. При таком условии из системы (13), (14) находим однородное уравнение

$$\frac{1}{kF_\varphi^0} \ddot{\delta}_H + \ddot{\delta}_H + 2 \frac{\zeta}{\tau_H} \dot{\delta}_H + \frac{1}{\tau_H^2} \delta_H = 0, \quad (15)$$

которое описывает процесс изменения отклонения $\delta_H(t)$ фактической высоты от назначенного значения H^0 . Из (15) видно, что в случае $kF_\varphi^0 \rightarrow \infty$ отклонение $\delta_H(t)$ будет определяться дифференциальным уравнением

$$\delta_H^* + 2 \frac{\zeta}{\tau_H} \dot{\delta}_H^* + \frac{1}{\tau_H^2} \delta_H^* = 0,$$

которое следует из (7), если здесь принять $\delta_H^*(t) = H^0 - H^*(t)$. Практически необходимая степень приближения $H(t) \rightarrow H^*(t)$ достигается при умеренных значениях произведения kF_φ^0 . Конкретные расчетные данные будут приведены при рассмотрении результатов математического моделирования.

Построим теперь линеаризующий алгоритм, обеспечивающий управление движением центра масс вертолета по высоте. Исходим из уравнения (5). Выполняем дифференцирование обеих частей этого уравнения по времени

$$\overset{\dots}{H} = F_0 \overset{\cdot}{H} + F_1 \overset{\ddot{H}}{H} + F_\varphi \overset{\cdot}{\varphi} \quad (16)$$

и принимаем

$$\begin{aligned} \overset{\cdot}{\varphi} &= k(\hat{F}^* - \overset{\ddot{H}}{H}), \\ \hat{F}^* &= F^* - (kF_\varphi)^{-1}[F_0 \overset{\cdot}{H} + F_1 \overset{\ddot{H}}{H}]. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь F^* определяется согласно (8). Другие обозначения соответствуют ранее введенным. Алгоритм управления (17) является искомым. Коэффициент усиления должен быть

$$k = \frac{N}{\tau_H F_\varphi}, \quad N = \frac{\tau_H}{\tau_a}. \quad (18)$$

Поэтому алгоритм управления (17) можно представить в окончательной форме

$$\begin{aligned} \overset{\cdot}{\varphi} &= \frac{N}{\tau_H F_\varphi} (\hat{F}^* - \overset{\ddot{H}}{H}), \\ \hat{F}^* &= \frac{1}{\tau_H^2} (H^0 - H) - 2 \frac{\zeta}{\tau_H} \overset{\cdot}{H} - \frac{\tau_H}{N} (F_0 \overset{\cdot}{H} + F_1 \overset{\ddot{H}}{H}). \end{aligned} \quad (19)$$

Уравнение замкнутой системы следует из (16) после подстановки выражения для $\overset{\cdot}{\varphi}$ из (19). Имеем

$$\overset{\dots}{H} + \frac{N}{\tau_H} \left(\overset{\ddot{H}}{H} + 2 \frac{\zeta}{\tau_H} \overset{\cdot}{H} + \frac{1}{\tau_H^2} H \right) = \frac{N}{\tau_H^3} H^0 \quad (20)$$

Это уравнение описывает процесс изменения высоты $H(t) \rightarrow H^0$ в контуре управления с алгоритмом (19). Уравнение имеет постоянные коэффициенты и линейно. Алгоритм управления (19) имеет переменные параметры F_φ , F_0 , F_1 , нелинейно зависящие от координат состояния H , $\overset{\cdot}{H}$ и управляющей функции φ .

При соответствующем выборе величины N в системе может быть реализована требуемая степень приближения $H(t) \rightarrow H^*(t)$. При $\tau_H N^1 \rightarrow \infty$ уравнение (20) принимает вид (7). В таком случае теоретически имеет место равенство $H(t) = H^*(t)$.

Заметим, что в алгоритме (19) параметры могут быть приняты постоянными, если частные производные F_φ , F_0 , F_1 вычислить при каких-либо конкретных значениях переменных состояния.

Практическая целесообразность применения рассмотренных алгоритмов управления движением центра масс вертолета может быть определена в результате исследования динамики системы в различных режимах полета. Можно, однако, ожидать, что алгоритм управления (8) с постоянными параметрами обеспечит требуемые характеристики замкнутой системы при изменении динамических свойств управляемого объекта в широком диапазоне. Такое утверждение основано на том, что в системе осуществляется управление по ускорению. Поэтому замкнутый контур обладает слабой чувствительностью к изменению параметров.

Моделирование процесса управления

Исследование динамики контура управления высотой полета вертолета проведем применительно к модели, обладающей следующими данными:

$$G = 19000 \text{ Н}, \quad m = 1900 \text{ кг}, \quad S = 15 \text{ м}^2,$$

$$\chi = 1,2 \quad c_x = 0,5 = \text{const.}$$

Будем рассматривать режим взлета вертолета с зависанием на малой высоте порядка нескольких метров. В таком случае можно считать c_1 и c_2 не зависящими от H . Для принятой модели летательного аппарата $c_1 = 3,05$, $c_2 = 14,56$. Указанные числовые данные взяты из монографии [1]. Плотность воздуха примем $\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$, что соответствует нулевой высоте над уровнем моря.

Проведем расчет параметров алгоритма управления (8). Постоянную времени по высоте примем равной $\tau_H = 4 \text{ с}$, коэффициент затухания $\zeta = \sqrt{2}/2$. Пусть высота зависания $H^0 = 20 \text{ м}$. Из уравнения равновесия сил, действующих на аппарат, можно найти значение шага несущего винта $\bar{\varphi} = 0,34 \text{ рад}$. Следовательно, по формуле (11) находим

$$k = \frac{N}{\tau_H \cdot 7,12} = 0,035N. \quad (22)$$

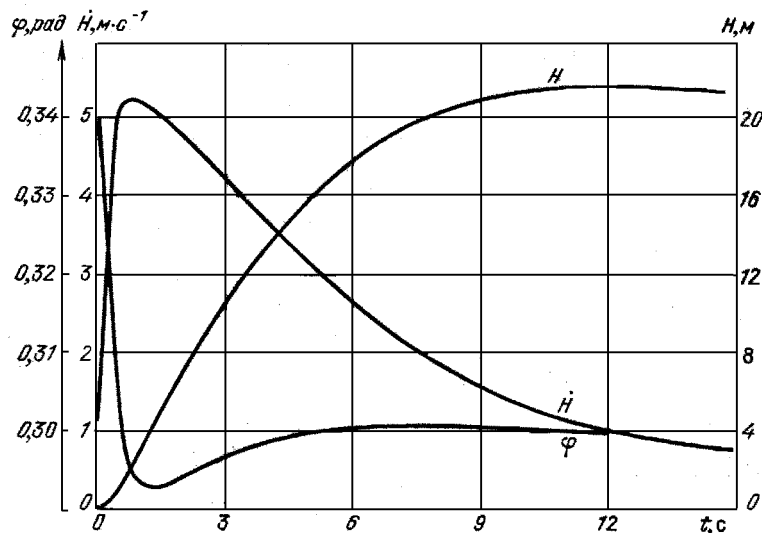
С учетом принятых данных алгоритм управления (8) будет

$$\dot{\varphi} = k[6,25 \cdot 10^{-2}(H^0 - H) - 3,54 \cdot 10^{-1} \dot{H} - \ddot{H}]. \quad (23)$$

Уравнение движения (5) имеет вид

$$\ddot{H} = 35,9\varphi^2 + 171,1\varphi^3 - 2,34 \cdot 10^{-3} \dot{H}^2 - 9,8. \quad (24)$$

При $N = 4$ коэффициент усиления в контуре ускорения $k = 0,14$. Получаем график



Переходные процессы по своим параметрам близки к процессам в эталонной системе (7) при указанных значениях ζ и τ_H . Увеличение k не приводит к существенному изменению динамических свойств замкнутой системы.

Список используемой литературы

1. *Батенко А.П.* Управление конечным состоянием движущихся объектов. – М.: Сов. Радио, 1977.
2. *Крутько П.Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1988.